UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN

Offen im Denken

Dr. Marcel Klinger

Fakultät für Mathematik

Trainingsblatt 4 zu Algorithmische Mathematik

Dieses Blatt bezieht sich auf die Videos 109–203.

Aufgabe 1 ★: Wir kennen bisher zwei Varianten des Euklidischen Algorithmus – die klassische und die moderne.

(a) Implementieren Sie den modernen Euklidischen Algorithmus in Scratch. (`4 Punkte`)

(b) Beide Varianten liefern die gleichen Ergebnisse, sind aber unterschiedlich effektiv. So bestand bei der modernen Variante die Idee darin, wiederholte Subtraktionen durch eine Modulo-Operation zu ersetzen. Nutzen Sie Ihre Implementation des klassischen und des modernen Euklidischen Algorithmus und statten Sie diese zusätzlich mit einer Zählvariable `i` aus, die die Anzahl der Schleifendurchläufe zählt, bis es zu einem Ergebnis kommt. Wie viele Durchläufe spart man bei der modernen Variante durchschnittlich? Nutzen Sie wenigstens zehn Zahlenpaare zur Berechnung. (`2 Punkte`)

(c) Gibt es auch Zahlenpaare, für welche die klassische Variante effektiver ist? (`2 Punkte`)

Aufgabe 2 ★: In Video 201 haben wir ein Monte-Carlo-Verfahren zur Bestimmung einer Näherung der Kreiszahl π betrachtet. Implementieren Sie dieses in Scratch, so dass jeweils visualisiert wird, wo die einzelnen Schüsse (d.h. also die Punkte im Koordinatensystem) einschlagen. (`7 Punkte`) (*Tipp: Eine Scratch-Datei, die eine Viertelkreislinie als Grundlage für Ihr Programm erzeugt, finden Sie im Moodle-Kursraum.*)

Aufgabe 3: In Video 203 haben wir erste Ideen zum Newton-Verfahren entwickelt.

(a) Formulieren Sie das Newton-Verfahren in Pseudocode. (`3 Punkte`)

(b) Gegeben ist die Gleichung $x+2 = e^x$, wobei e die eulersche Zahl darstellt. Nutzen Sie händisch das Newton-Verfahren, um Näherungen für alle Lösungen der Gleichung zu finden und geben Sie diese mit einem absoluten Fehler von weniger als einem Tausendstel an. (`2 Punkte`)

(c) Gegeben ist die Gleichung $x^2 = 5$. Nutzen Sie auch hier händisch das Newton-Verfahren, um Näherungen für die Lösung der Gleichung mit selber Genauigkeit wie in (b) zu finden. (`2 Punkte`)

(d) In (c) haben Sie eine Näherung für $\sqrt{5}$ gefunden. Nutzen Sie das Heron-Verfahren, um ebenfalls einen Näherungswert für $\sqrt{5}$ zu finden, und verwenden Sie hierbei denselben Startwert x_0. Was fällt Ihnen auf? Versuchen Sie die Auffälligkeit nach Möglichkeit zu belegen. (`3 Punkte`)