

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

[REDACTED]

FUNKTIONALES DENKEN BEIM ÜBERGANG VON DER FUNKTIONENLEHRE ZUR ANALYSIS: ENTWICKLUNG EINES TESTINSTRUMENTS UND EMPIRISCHE BEFUNDE AUS DER GYMNASIALEN OBERSTUFE

Marcel Klinger
Universität Duisburg-Essen

FRAGESTELLUNG

Innerhalb des Forschungsprojektes GTR NRW (Thurm et al. 2015) wurden zwei Leistungstests im Bereich des Funktionalen Denkens entwickelt (z.B. Vollrath 1989). Die Testinstrumente sind speziell auf einen Einsatz in der nordrhein-westfälischen Einführungsphase, d.h. dem ersten Oberstufenjahr, zugeschnitten. Im Mittelpunkt steht das Ziel, tiefgreifendes Wissen über den Zusammenhang unterschiedlicher Konzepte zu erheben, statt Kenntnisse über Algorithmen und Verfahren. Neben der

Entwicklung der Tests steht eine Erhebung der Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler im Bereich der Funktionenlehre der Sekundarstufe I sowie der frühen Oberstufen-Analyse im Fokus. Die gewonnenen Daten sollen auch wichtige Rahmenbedingungen für die Entwicklung und Durchführung von Lehrerfortbildungen liefern.

THEORETISCHER HINTERGRUND

Gerade für den Bereich der Analysis wird in der Literatur vielfach die Gefahr einer Überbetonung kalkülhaltiger Aspekte, die losgelöst von inhaltlichen Vorstellungen erlernt werden, benannt (z.B. Hahn & Prediger 2008). Entsprechend des obigen Grundgedankens und aufgrund besagter Gefahr ist der Begriff des konzeptuellen Wissens (z.B. Hiebert & Carpenter, 1992; Baroody et al., 2007) von besonderer Bedeutung für die vorliegende Forschungsarbeit. Er steht entsprechend im Mittelpunkt der konstruierten Testinstrumente. Die Testitems sind zudem so konstruiert, dass vielfältige Grundvorstellungen im Bereich funktionaler Zusammenhänge (Zuordnungsvorstellung, Kovariationsvorstellung sowie Objektvorstellung; z.B. Büchter, 2008) erworben worden und ein versierter Umgang mit mathematischen Darstellungsformen beherrscht werden muss, um sie erfolgreich zu bearbeiten. Weiterhin werden auch Grundvorstellungen zur Ableitungsfunktion (Tangentenvorstellung, Änderungsratevorstellung sowie Linearisierungsvorstellung; z.B. Greefrath et al. 2016) entsprechend der inhaltlichen Ausrichtung während der Konstruktion der Testinstrumente fokussiert.

METHODEN

Beide Tests wurden im intensiven Austausch mit Experten erstellt und umfangreich pilotiert. Die Haupterhebung der Studie fand im Schuljahr 2014/15 im Anschluss an die initialen Pilotierungsphasen mit 3202 bzw. 2665 Schülerinnen und Schülern an nordrhein-westfälischen Gymnasien, Gesamtschulen und Beruflichen Gymnasien statt. Die Repräsentativität der Stichprobe kann nicht gewährleistet werden. Die Tests wurden mit dem Ziel einer Modellierbarkeit mit dem eindimensionalen dichotomen Rasch-Modell entwickelt. Die Items zeigen insgesamt gute bis sehr gute Modellgeltungseigenschaften.

ERGEBNISSE

Die Erhebungsdaten lassen einen breiten Blick auf die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler innerhalb des einschlägigen Bereichs zu und können entsprechend hier nur exemplarisch wiedergegeben werden.

Insgesamt schneiden die Lernenden in einigen Bereichen durchaus anforderungsgemäß ab. Während so z.B. graphisches Differenzieren erkennbar Bestandteil des Unterrichts zu sein scheint, zeigen andere Bereiche schwächere Ergebnisse. Beispielsweise zeigt sich, dass Schülerinnen und Schüler teils deutliche Schwierigkeiten im Umgang mit Transformationen haben, die auf eine Funktionsvorschrift wirken. So waren auch sehr fähige Schülerinnen und Schüler teilweise nicht fähig, die Wirkung der Transformation $g(x) = 2f(x)$ auf den Funktionsgraphen korrekt zu beschreiben. Insgesamt zeigt sich an einigen Stellen, dass Inhalte eher isoliert betrachtet und von Lernenden unzureichend vernetzt werden.

Weiterhin zeigt sich ein eklatanter Leistungsunterschied zwischen männlichen und weiblichen Probanden. Die jeweiligen mittleren festgestellten Leistungen weichen für beide Geschlechter signifikant zu Gunsten des männlichen Geschlechts voneinander ab. Die geschlechtsspezifischen Leistungsdifferenzen erreichen eine Effektstärke von $d = 0,38$ (Cohen's d).

DISKUSSION

Anhand der gewonnenen Ergebnisse lassen sich einige Aspekte für die weitere Gestaltung von Unterricht ableiten. So wären insbesondere Maßnahmen zur stärkeren Vernetzung der einzelnen Stoffelemente innerhalb der Funktionenlehre und frühen Analysis zu begrüßen. Außerdem zeigen die gewonnenen Ergebnisse, dass weiterhin großer Bedarf für einen geschlechtssensiblen Mathematikunterricht besteht, der den festgestellten Leistungsdifferenzen entgegenwirken kann.

Für die Veränderung von Unterricht bilden Lehrkräfte den entscheidenden Faktor. Entsprechend stellen die gewonnenen Daten einen wichtigen Ausgangspunkt für weitere Lehrerfortbildungen dar. Ihre Einbindung in bestehende und neue Fortbildungskonzepte bildet somit eine wichtige Basis für die Adäquatheit und den Fallbezug des jeweiligen Fortbildungsformats.

LITERATUR

- Baroody, A. J., Feil, Y. & Johnson, A. R. (2007). An alternative reconceptualization of procedural and conceptual knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(2), 115–131.
- Büchter, A. (2008). Funktionale Zusammenhänge erkunden. *Mathematik Lehren*, Heft 148, 4–10.
- Greefrath, G., Oldenburg, R., Siller, H.-S., Ulm, V. & Weigand, H.-G. (2016). *Didaktik der Analysis: Aspekte und Grundvorstellungen zentraler Begriffe*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Hahn, S. & Prediger, S. (2008). Bestand und Änderung – Ein Beitrag zur Didaktischen Rekonstruktion der Analysis. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29(3–4), 163–198.
- Hiebert, J. & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Hrsg.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*. New York: Macmillan
- Thurm, D., Klinger, M. & Barzel, B. (2015). How to professionalize teachers to use technology in a meaningful way – Design research of a CPD program. In N. Amado & S. Carreira (Hrsg.), *Proceedings of the 12th International Conference on Technology in Mathematics Teaching* (S. 335–343). Faro: Universidade do Algarve.
- Vollrath, H.-J. (1989). Funktionales Denken. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 10(1), 3–37.