# Newton-Verfahren (Teil 2)

## Inhalt

- Wir betrachten eine Formulierung des Newton-Verfahrens in Pseudocode.
- Außerdem richten wir den Blick auf einen Spezialfall des Newton-Verfahrens.
- Zum Schluss gibt es erste Anregungen zur Implementation des Verfahrens in Scratch.

# Rückblick

- Worum geht es beim Newton-Verfahren?
  - Die Tangente an einen Graphen stellt zumindest lokal um den Berührpunkt eine gute Näherung an die Funktion selbst dar.
  - Nutzt man diese Näherung, kann man mit ihrer Hilfe sehr einfach eine Näherung für eine in der Nähe befindliche Nullstelle bestimmen.
  - Newton hatte die Idee, diesen Vorgang zu wiederholen – ihn zu iterieren. Dies führt auf das nach ihm benannte Newton-Verfahren.
  - Durch eine kleine Verallgemeinerung lassen sich mit der entsprechenden Idee auch beliebige Gleichungen (mit einer Unbekannten) lösen.

# Möglicher Pseudocode

```
NEWTON(f, f‘, x)
  SOLANGE f(x) > 0,0001
    x = x – f(x)/f‘(x)
RETURN x
```

- Hierbei ist $f$ die eigentliche Funktion und $f'$ die Ableitungsfunktion.
- $x$ ist die Anfangsnäherung, welche dann nach und nach iteriert und dabei hoffentlich verbessert wird.
- Als Abbruchkriterium dient wieder eine sehr kleine Zahl, in diesem Fall 0,0001. Je kleiner die Zahl, desto genauer das Ergebnis.

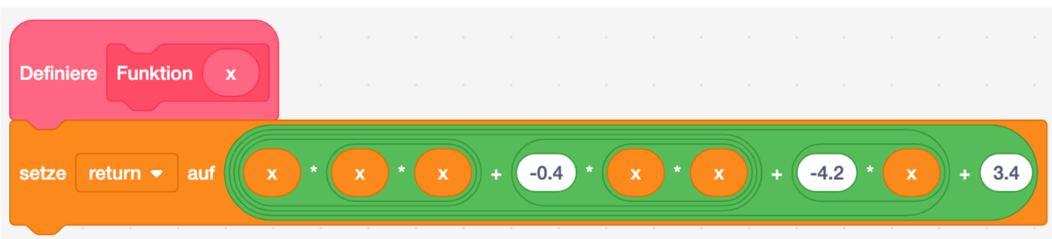
# Spezialfall des Newton-Verfahren

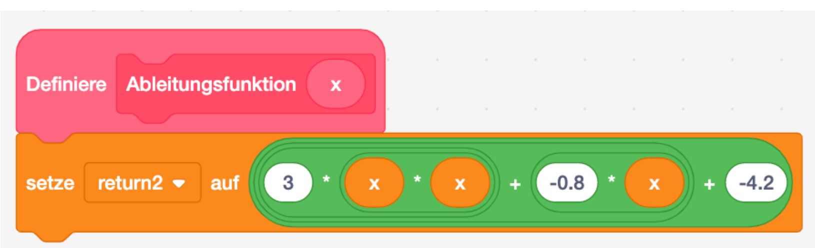
- Wir wenden uns nun noch einem Spezialfall des Newton-Verfahrens zu, der Ihnen vielleicht schon aufgefallen ist:
  - Hierzu betrachten wir die Gleichung $x^2 = a$ und somit $f(x) = x^2$ und $g(x) = a$.
  - Hiermit bilden wir $h(x) = f(x) - g(x) = x^2 - a$
  - Es gilt $h'(x) = 2x$
  - Für das Verfahren gilt $x_{n+1} = x_n - \frac{h(x_n)}{h\prime(x_n)}$
  - Hiermit folgt dann
    $$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^2 - a}{2x_n} = x_n - \frac{x_n}{2} + \frac{a}{2x_n} = \frac{x_n}{2} + \frac{a}{2x_n} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{a}{x_n}\right)$$
  - …und somit die Iterationsvorschrift des Heron-Verfahren.

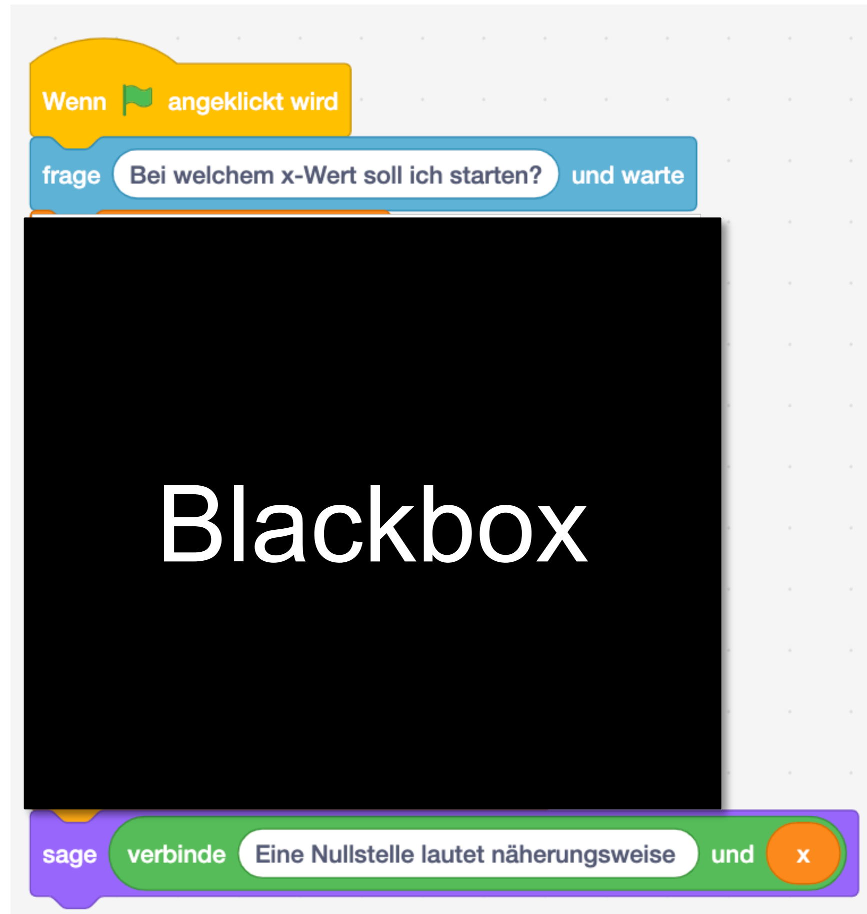
# Implementation in Scratch

```
NEWTON(f, f', x)
  SOLANGE f(x) > 0,0001
    x = x – f(x)/f'(x)
RETURN x
```

- Erste Ideen zur Implementation.
- Hier für das Beispiel der Funktion aus dem letzten Video, d.h. $f(x) = x^3 - 0{,}4x^2 - 4{,}2x + 3{,}4$
- Realisiere die mathematischen Funktionen über „eigene Blöcke“.
- Lasse den Nutzer den Startwert bestimmen.



## Zusammenfassung

- Das Newton-Verfahren ermöglicht die näherungsweise Bestimmung von Nullstellen und somit auch von Lösungen von Gleichungen.
- Aus dem Newton-Verfahren lässt sich für die Funktion $h(x) = x^2 - a$ das bekannte Heron-Verfahren zur Näherung von Wurzeln herleiten.
- Für die Implementation in Scratch ist es nützlich mit eigenen Blöcken zu arbeiten.