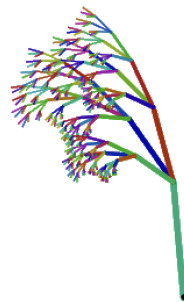


Trainingsblatt 8 zu Algorithmische Mathematik

Dieses Blatt bezieht sich auf die Videos 302–304.

Aufgabe 1 ★: Man spricht bei rekursiven Grafiken wie der dargestellten naheliegenderweise auch von *rekursiven Pflanzen*.

- (a) Zeichnen Sie in Scratch mithilfe einer rekursiven Programmierung den dargestellten Farn. (Tipp: Ihre Grafik soll nur qualitativ in etwa so aussehen. Es ist also nicht nötig die Winkel mit dem Geodreieck zu bestimmen, etc. Der Farn sollte jedoch schon sichtbar „im Wind stehen“. Spielen Sie gerne auch zusätzlich mit Farben. Als Grundlage bietet sich hier außerdem Ihr Programm vom letzten Trainingsblatt an.) (7 Punkte)



- (b) Handelt es sich um eine lineare oder eine kaskadenförmige Rekursion? Begründen Sie kurz. (2 Punkte)
- (c) Werden Sie kreativ und erstellen Sie eine eigene rekursive Grafik nach einem von Ihnen selbst vorgegebenen Muster in Scratch. (4 Punkte)
- (d) Halten Sie das von Ihnen in (c) verwendete Bildungsgesetz analog zu jenen Bildungsgesetzen in Video 304 schriftlich fest (z.B. Folien 3 und 8). (2 Punkte)

Aufgabe 2: Wir betrachten das sog. *Collatz-Problem*: Hierbei handelt es sich um ein 1937 von Lothar Collatz (1910–1990) formuliertes mathematisches Problem, welches bis heute ungelöst ist. Bei dem Problem geht es um Zahlenfolgen, die nach einem gewissen Bildungsgesetz konstruiert werden:

- (1) Wähle eine beliebige Zahl $n \in \mathbb{N}$.
- (2) Falls n gerade ist, bestimme $\frac{n}{2}$.
- (3) Falls n ungerade ist, bestimme $3n + 1$.
- (4) Wiederhole die Vorgehensweise mit der erhaltenen Zahl.

Die bis heute unbewiesene Vermutung lautet, dass man – unabhängig davon, mit welchem $n \in \mathbb{N}$ man startet – immer in den *Zyklus* 4, 2, 1 läuft und hier „gefangen“ bleibt.

- (a) Überprüfen Sie die Behauptung händisch für die Startzahl $n = 19$. (2 Punkte)
- (b) ★ Implementieren Sie ein Scratch-Programm, das die Collatz-Vermutung für eine beliebige Startzahl n_0 überprüft. Arbeiten Sie hierbei mit einer iterativen Programmierung. Es ist also im Wesentlichen mit einem Wiederhole-Block zu arbeiten (4 Punkte)

- (c) ★ Implementieren Sie ein Scratch-Programm, das die Collatz-Vermutung für eine beliebige Startzahl n_0 überprüft. Arbeiten Sie hierbei mit einer rekursiven Programmierung. Es ist also im Wesentlichen mit einem Eigenen Block zu arbeiten, der auf sich selbst verweist. (4 Punkte)
- (d) Überprüfen Sie mit Hilfe einer Ihrer Implementierungen alle natürlichen Zahlen bis zu einer von Ihnen gewählten möglichst großen Maximalzahl n_{\max} . Wie sind Sie vorgegangen? Schaffen Sie es die Collatz-Vermutung für eine größere Maximalzahl als Ihre KommilitonInnen zu „beweisen“? Dokumentieren Sie Ihre Arbeiten geeignet mit einem entsprechenden Beleg (z.B. mit einem Screen-Capture). (*Tipp: Diejenige oder derjenige, die/der den Nachweis bis zur größten Maximalzahl erbringt, erhält zusätzliche Bonuspunkte*) (5 + ggfs. 20 Bonuspunkte)