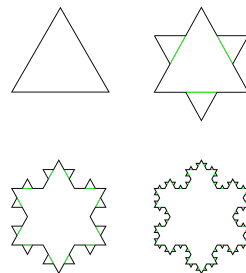


Trainingsblatt 9 zu Algorithmische Mathematik

Dieses Blatt bezieht sich auf die Videos 304–306.

Aufgabe 1 ★: In Video 304 wurde die sog. Koch-Kurve vorgestellt. Beginnt man nicht mit einer einzelnen Linie, sondern mit einem Dreieck, ergibt sich die sog. Kochsche Schneeflocke (s. Abbildung). Konstruieren Sie ausgehend vom entsprechenden Programm zur Koch-Kurve aus Video 304 (<https://scratch.mit.edu/projects/433311178/>) eine solche Flocke. Gestalten Sie diese gerne künstlerisch ansprechend. (5 Punkte)



Aufgabe 2: In dem in Video 305 eingebetteten Video wird gezeigt, dass sich das Spiel „Türme von Hanoi“ für $n = 5$ Scheiben mit 31 Verlegeoperationen lösen lässt.

- Wie viele Verlegeoperationen benötigt der rekursive Algorithmus für $n = 1, 2, 3, 4$ Scheiben bis zur Lösung? Führen Sie den Algorithmus mit den jeweiligen Werten von n hierzu von Hand durch und dokumentieren Sie die einzelnen rekursiven Selbstaufrufe wie auf Folie 8 von Video 305. (Tipp: Für $n = 3$ müssen Sie dies natürlich nicht noch einmal aufschreiben, sondern lediglich die Schritte zählen.) (6 Punkte)
- Leiten Sie aus den von Ihnen ermittelten Anzahlen von Verlegeoperationen eine allgemeine Formel für die Anzahl durch den Algorithmus benötigter Verlegeoperationen in Abhängigkeit der Anzahl von Scheiben n ab. Passt Ihre Formel auch zum Fall für $n = 5$? (1 Punkt)
- Versuchen Sie die ermittelte Formel mithilfe eines Induktionsbeweises zu beweisen. (Machen Sie sich hierzu wieder die Idee zunutze, das Problem n Scheiben zu verschieben in drei Teilprobleme aufzuteilen.) (5 Punkte)
- Nutzen Sie Ihre Formel, um abzuschätzen, wann die Priester im Tempel zu Benares $n = 64$ Scheiben entsprechend der Spielregeln frühestens verlegt haben und somit das Ende der Welt gekommen ist. Gehen Sie davon aus, dass das Verlegen einer einzelnen Scheibe im Schnitt mindestens 10 Sekunden benötigt. Setzen Sie Ihre Schätzung in Relation zu bekannten Größen (Schulstunden, Transatlantikflügen, Lebensdauer einer Eiche, Alter der Menschheit, etc.). (2 Punkte)

Aufgabe 3: In Video 306 wurde eine iterative Variante des Verfahrens vorgestellt. Bauen Sie sich ein eigenes Türme-von-Hanoi-Spiel mit sechs Scheiben (z.B. mit Tellern, Münzen, etc.) und filmen Sie, wie Sie dieses entsprechend des Algorithmus lösen. Wie viele Verlegeoperationen haben Sie benötigt? Passt Ihre Formel auch hier? (6 Punkte)