technische universität
dortmund

fakultät für
informatik

Marcel Klinger, M.Sc.

Übungsblatt 1 zum Studienvorkurs Mathematik

SS 2014, 10.03.2014

Aufgabe 1: Man beweise die folgenden Äquivalenzen mit Hilfe einer Wahrheitstafel, wobei A, B und C Aussagen seien.

(a) $(A \wedge f) \Leftrightarrow f$

(b) $(A \vee w) \Leftrightarrow w$

(c) $(A \vee f) \Leftrightarrow A$

(d) $(A \wedge w) \Leftrightarrow A$

(e) $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$ (De Morgansche Regel)

(f) $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$ (De Morgansche Regel)

(g) $(A \vee (B \wedge C)) \Leftrightarrow ((A \vee B) \wedge (A \vee C))$

(h) $(A \wedge (B \vee C)) \Leftrightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$

(i) $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$ (Kontraposition)

Aufgabe 2: Man gebe die folgenden Mengen durch Aufzählen aller Elemente an, d.h. in der Form $\{a, b, c, \ldots\}$.

(a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 < x < 4{,}8\}$

(b) $B = \{t \in \mathbb{N} \mid t$ ist Teiler von $24\}$

(c) $C = \{z \in \mathbb{Z} \mid z$ ist positiv und durch 3 teilbar$\}$

(d) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 1 = 0\}$

(e) $E = \{2k + 1 \mid k \in \{1, 2, \ldots, 8\}\}$

(f) $F = \{x \mid x$ ist einer der fünf Hauptcharaktere von How I Met Your Mother$\}$

Aufgabe 3: Man gebe $\mathcal{P}(\{a, b, c\})$ an.

Aufgabe 4: Gegeben seien die Mengen $A = \{1, 2\}$, $B = \{\{1\}, \{2\}\}$, $C = \{\{1\}, \{1, 2\}\}$ und $D = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$. Man bestimme den Wahrheitswert der folgenden Aussagen.

(a) $A = B$

(b) $A \subset B$

(c) $A \subsetneq C$

(d) $A \in C$

(e) $A \subsetneq D$

(f) $B \subsetneq C$

(g) $B \subsetneq D$

(h) $B \in D$

(i) $A \in D$

Aufgabe 5: Man gebe die Kardinalität der folgenden Mengen an: $A = \{1, 2\}$, $B = \{\{1\}, \{2\}\}$, $C = \{\{1\}, \{1, 2\}\}$, $D = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$.

Aufgabe 6: Sind folgende Mengengleichungen gültig? Man beweise oder widerlege. Zur Visualisierung können Venn-Diagramme herangezogen werden.

(a) $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup B$

(b) $(A \cup B) \cap C \subset A \cap (B \cup C)$

(c) $(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$