

Übungsblatt 13 zum Studienvorkurs Mathematik

SS 2014, 26.03.2014

Aufgabe 1: Ein NSA-Agent lädt eine große vertrauliche Datei von einem deutschen Regierungsserver herunter. Sein Hackingtool muss dabei permanent gegen die Firewall des Staatscomputers ankämpfen. Der Download-Vorgang sollte insgesamt 12 Sekunden benötigen und kann approximativ durch die Funktion $s : [0, 12] \rightarrow \mathbb{R}$

$$s(t) = \frac{(t+1)^2 + t - 1}{t+4}$$

dargestellt werden. Dabei gibt $s(t)$ die heruntergeladene Datenmenge (in Kilobyte $[KB]$) zur Zeit (in Sekunden $[s]$) an.

- Würde er erwischt, würde die Agency alles leugnen. Fieberhaft versucht er die Downloadgeschwindigkeit für jedes $t \in [0, 12]$ zu berechnen. Hilf ihm! Damit er deine Antwort versteht, solltest du auch die Einheit dieser Geschwindigkeit angeben.
- Sein Puls steigt. Wird der Download mit der Zeit schneller? Gib die Downloadbeschleunigung für jedes $t \in [0, 12]$ an und beantworte seine Frage. In welcher Einheit wird diese denn nun gemessen?
- Damit das Modell sinnvoll ist, sollte die Funktion streng monoton steigend sein, denkt der Agent. Überprüfe das!
- Oh Gott! Nach 12 Sekunden ist der Download noch nicht beendet! Der Agent fragt sich, ob das Downloadverhalten als Gerade darstellbar ist. Gibt es eine Gerade $g : ax + b$, die eine Asymptote für t gegen ∞ an s darstellt? Schnell! Er braucht diese Information!
- In einer alten Dokumentation entdeckt der Agent den Hinweis, dass die Datei 1,5 MB groß ist. Nach wie viel Sekunden ist der Download laut der Funktion s dann beendet? Nach wie vielen Sekunden laut der in (d) berechneten Asymptote g ? Er hat nur wenige Sekunden Zeit um alles fertigzustellen. Hat er überhaupt eine Chance? Muss er die Zyankalikapfel jetzt schlucken?

Aufgabe 2: Man betrachte die Funktion $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^4 - x^2 - x + 2$.

- Man bestimme alle lokalen Extremstellen von f und gebe an, ob es sich um Maximal- oder Minimalstellen handelt.
- Man bestimme die globale Maximal- und Minimalstelle.
- Man bestimme, ob die Funktion auf dem gesamten Definitionsbereich monoton ist.
- Man bestimme alle Wendestellen von f .
- Man bestimme das Unendlichkeitsverhalten von f , d.h. die Grenzwerte gegen $-\infty$ und ∞ .