technische universität dortmund
Marcel Klinger, M.Sc.

fakultät für informatik

Lösungsblatt zu Übungsblatt 3 zum Studienvorkurs Mathematik

SS 2014, 12.03.2014

Aufgabe 1:

(a) $6^{-\frac{5}{2}}$

(b) $2^{\frac{1}{6}}$

(c) $81^{\frac{1}{15}}$

(d) $2^{\frac{1}{10}}$

(e) $6^{\frac{1}{42}}$

Aufgabe 2:

(a) $n+1$

(b) $(n+2)!2^n$

(c) $(n^2-1)!$

(d) $108! \cdot 11991$

(e) 120

(f) $2(n-1)!$

Aufgabe 3: Man fasse soweit wie möglich zusammen.

(a) 1

(b) 1

(c) $2 \cdot \binom{2n}{6}$

(d) 120

(e) 120

(f) 120

Aufgabe 4:

(a) $19, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, \ldots$

(b) Prinzipiell kann man sich hier einen direkten Beweis oder sogar einen Induktionsbeweis vorstellen. Vermutlich ist es aber nicht so einfach, sonst hätte es wohl längst jemand bewiesen. Sollte man eine Startzahl finden, für welche die Zahlenfolge nicht in den genannten Zyklus läuft, wäre dies natürlich ein Gegenbeispiel und die Aussage wäre widerlegt.

(c) Wir wissen bereits, dass $19 \in S$ gilt. Daher kann S nicht leer sein, also $S \neq \emptyset$. Tatsächlich wurde bereits mit Computern gezeigt, dass für die ersten $5 \cdot 2^{60} \approx 5764 \cdot 10^{18}$ natürlichen Zahlen die Vermutung wahr ist.

(d) Wir geben die Menge

$$M = \{2^k \mid k \in \mathbb{N}\} \subset \mathbb{N}$$

an. In dieser Menge sind offenbar unendlich viele Zahlen enthalten und somit gilt $|M| = \infty$. Da für diese Zahlen – also die Zweierpotenzen – die Algorithmus-Vorschrift immer nur das Teilen durch 2 fordert, erreicht die Folge für 2^k nach $k-1$ Algorithmus-Durchläufen die 2 und ist somit im Zyklus gefangen. Es gilt also $M \subset S$.