technische universität dortmund
Marcel Klinger, M.Sc.
fakultät für informatik

Übungsblatt 4 zum Studienvorkurs Mathematik

SS 2014, 13.03.2014

Aufgabe 1: Man beweise mittels Induktion.

(a) $\forall\ n \in \mathbb{N} : \sum_{k=0}^{n} 2^k = 2^{n+1} - 1$

(b) $\forall\ n \in \mathbb{N} : \sum_{k=1}^{n} k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

(c) $\forall\ n \in \mathbb{N} : \sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(d) $\forall\ n \in \mathbb{N} : \prod_{k=1}^{n} 4^k = 2^{n(n+1)}$

(e) $\forall\ n \in \mathbb{N}\backslash\{1\} : \prod_{k=2}^{n} (1 - \frac{1}{k}) = \frac{1}{n}$

Aufgabe 2: Man beweise mittels Induktion.

(a) $\forall\ n \in \mathbb{N} : 3 \mid n^3 + 2n$

(b) $\forall\ n \in \mathbb{N} : 3 \mid 4n^3 - n$

(c) $\forall\ n \in \mathbb{N} : 6 \mid n^3 - n$

(d) $\forall\ n \in \mathbb{N} : 4 \mid 5^n + 7$

Aufgabe 3: Man beweise mittels Induktion.

(a) $\forall\ n \in \mathbb{N}\backslash\{1,2\} : n^2 - 2n - 1 > 0$

(b) $\forall\ n \in \mathbb{N}\backslash\{1\} : 2^n \geq n + 1$

(c) $\forall\ n \in \mathbb{N}\backslash\{1,2,3,4\} : 2^n > n^2$

(d) $\forall\ n \in \mathbb{N}\backslash\{1,2,3\} : n! > 2^n$

Aufgabe 4:

(a) Man beweise die sog. *geometrische Summenformel*:

$$\forall\ n \in \mathbb{N}_0 : \sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \text{ mit einer Konstanten } q \neq 1.$$

(b) Welche Formel gilt für die Summe, wenn $q = 1$ ist?