

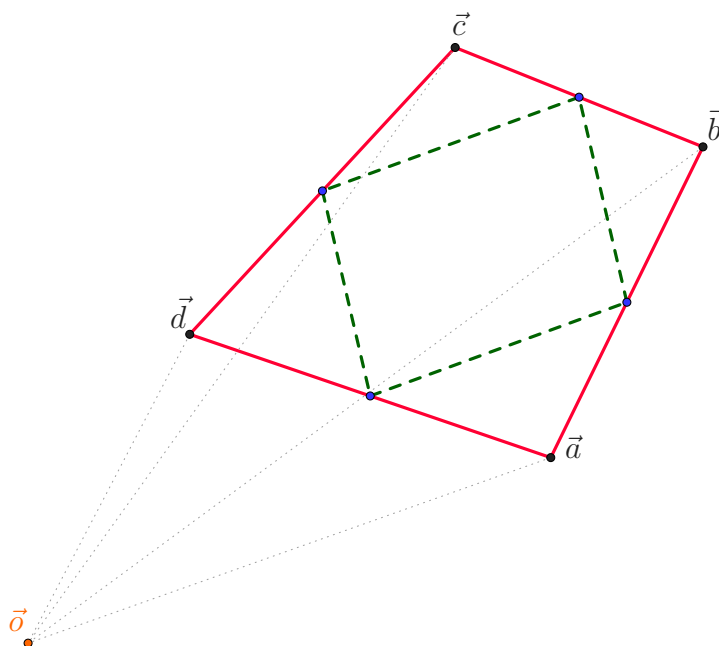
## Lösungsblatt zu Übungsblatt 8 zum Studienvorkurs Mathematik

SS 2014, 19.03.2014

Aufgabe 1: Der Mittelpunkt zwischen den Punkten mit den Ortsvektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  ist  $\vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a}) = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$ . Die Ortsvektoren der vier Seitenmittelpunkte sind also  $\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$ ,  $\frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$ ,  $\frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d})$  sowie  $\frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{a})$ . Die Vektoren, welche diese Punkte verbinden, sind jeweils gegenüberliegend identisch, denn

$$\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) - \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c}) = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c}) = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d}) - \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{a}).$$

Somit sind sie parallel und gleich lang. Das andere Pärchen gegenüberliegender Seiten muss somit ebenfalls zueinander parallel und gleich lang sein. Daher handelt es sich um ein Parallelogramm.



Aufgabe 2:

$$\begin{aligned}
 \|\vec{u} + \vec{v}\|^2 + \|\vec{u} - \vec{v}\|^2 &= (\vec{u} + \vec{v}) * (\vec{u} + \vec{v}) + (\vec{u} - \vec{v}) * (\vec{u} - \vec{v}) \\
 &= \vec{u} * \vec{u} + 2 \cdot \vec{u} * \vec{v} + \vec{v} * \vec{v} + \vec{u} * \vec{u} - 2 \cdot \vec{u} * \vec{v} + \vec{v} * \vec{v} \\
 &= 2 \cdot \vec{u} * \vec{u} + 2 \cdot \vec{v} * \vec{v} \\
 &= 2(\vec{u} * \vec{u} + \vec{v} * \vec{v}) \\
 &= 2(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2)
 \end{aligned}$$

Aufgabe 3:  $\frac{1}{2} \|\vec{PQ} \times \vec{PR}\| = \frac{35}{\sqrt{2}} \approx 24,75$

Aufgabe 4:

(a) Z.B.  $\vec{n} = \vec{v} \times \vec{w} = \begin{pmatrix} -10 \\ -16 \\ 12 \end{pmatrix}$

(b) Z.B.  $\vec{n}_0 = \frac{1}{10\sqrt{5}} \cdot \vec{n} = \frac{1}{10\sqrt{5}} \cdot \begin{pmatrix} -10 \\ -16 \\ 12 \end{pmatrix}$

(c) Zwei, nämlich  $\vec{n}$  und  $-\vec{n}$

Aufgabe 5: Wir zeigen alle notwendigen Axiome: Es seien dazu  $p, q \in \mathbb{P}_3$  wie auf dem Übungsblatt. Zusätzlich sei  $r \in \mathbb{P}_3$  ein weiteres Polynom sowie  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ .

(1) Zu zeigen ist, dass  $(\mathbb{P}_3, +)$  eine abelsche Gruppe ist.

(1.1) Es gilt natürlich  $p(x) + (q(x) + r(x)) = (p(x) + q(x)) + r(x)$ , da die Addition von Polynomen nach Definition nur die Addition der (reellen) Koeffizienten bedeutet und diese bereits (da  $\mathbb{R}$  ja ein Körper ist) assoziativ sind.

(1.2) Das neutrale Element  $0_{\mathbb{P}_3}$  ist das Nullpolynom  $n \in \mathbb{P}_3$  mit  $n(x) = 0x^3 + 0x^2 + 0x + 0 = 0$ . Es verändert bei Addition ein bestehendes Polynom  $p$  nicht.

(1.3) Zu einem Polynom  $p$  ist das inverse Element das Polynom  $-p \in \mathbb{P}_3$  mit  $-p(x) = (-a)x^3 + (-b)x^2 + (-c)x + (-d)$ . Nun gilt  $p(x) + (-p(x)) = -p(x) + p(x) = n(x)$ .

(1.4) Es gilt auch  $p + q = q + p$ , da dies wieder nur die Addition der Koeffizienten bedeutet, die bereits kommutativ ist.

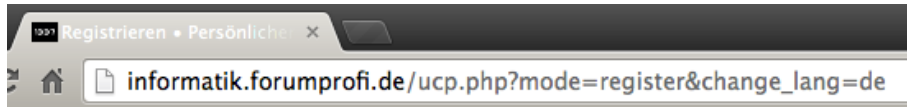
(2) (2.1) Es gilt  $\lambda \cdot (p+q) = (\lambda \cdot p) + (\lambda \cdot q)$ , da die skalare Multiplikation ebenso wie die Polynomaddition jeweils nur reelle Multiplikationen bzw. Additionen der Koeffizienten bedeuten, welche diese Eigenschaften bereits erfüllen.

(2.2) Es gilt  $(\lambda + \mu) \cdot p = (\lambda \cdot p) + (\mu \cdot p)$  analog zu (2.1).

(2.3) Es gilt  $(\lambda \cdot \mu) \cdot p = \lambda \cdot (\mu \cdot p)$  analog zu (2.1).

(2.4)  $1_{\mathbb{R}}$  ist die uns bekannte, „normale“  $1 \in \mathbb{R}$ . Natürlich gilt auch  $1 \cdot p = p$  wieder analog zu (2.1).

## Aufgabe 6:



Foren-Übersicht FAQ Anmelden

### Informatik SoSe 2014 - Registrierung

**Bitte beachte, dass du eine gültige E-Mail-Adresse angeben musst, bevor dein Benutzerkonto aktiviert wird. Ein Administrator wird dein Benutzerkonto überprüfen und wenn er es freigibt, erhältst du eine Nachricht an die angegebene E-Mail-Adresse.**

**Benutzername:**   
Der Benutzername muss zwischen 3 und 20 Zeichen lang sein.

**E-Mail-Adresse:**

**Bestätigung der E-Mail-Adresse:**

**Passwort:**   
Muss zwischen 6 und 30 Zeichen lang sein.

**Bestätigung des Passworts:**

**Sprache:**

**Zeitzone:**

---

**BESTÄTIGUNG DER REGISTRIERUNG**

Um automatisierte Anmeldungen zu unterbinden, musst du einen Bestätigungscode angeben. Der Code ist in dem Bild unterhalb dieses Textes enthalten. Wenn du nur über ein eingeschränktes Sehvermögen verfügst oder aus einem anderen Grund den Code nicht lesen kannst, kontaktiere bitte die Board-Administration.

**Bestätigungscode:**

Foren-Übersicht Das Team • Alle Cookies des Boards löschen • Alle Zeiten sind UTC + 1 Stunde



**Information**

Dein Benutzerkonto wurde erstellt. Es muss jedoch erst durch einen Administrator freigeschaltet werden. Die Administratoren wurden per E-Mail über dein neues Benutzerkonto informiert und du wirst benachrichtigt, sobald dein Benutzerkonto freigeschaltet wurde.

[Zurück zur Foren-Übersicht](#)



Betreff	Von	Datum
Benutzerkonto aktiviert	<m_lenk@gmx.de>	21:35

