

## Trainingsblatt 10 zu Algorithmische Mathematik GHRSGe

WS 2022/23, 20.12.2022

Dieses Blatt bezieht sich auf die Videos 401–403. Abgabefrist ist der 13.01.2023, 20:00 Uhr.

**Aufgabe 1:** In Video 401 und 402 wurde auf die Thematik der Effizienz eines Algorithmus eingegangen. Bestimmen Sie die Anzahl notwendiger Schritte  $S$  sowie den zugehörigen asymptotischen Aufwand (in der vorgestellten Landau-Notation) für die folgenden Algorithmen / Verfahren:

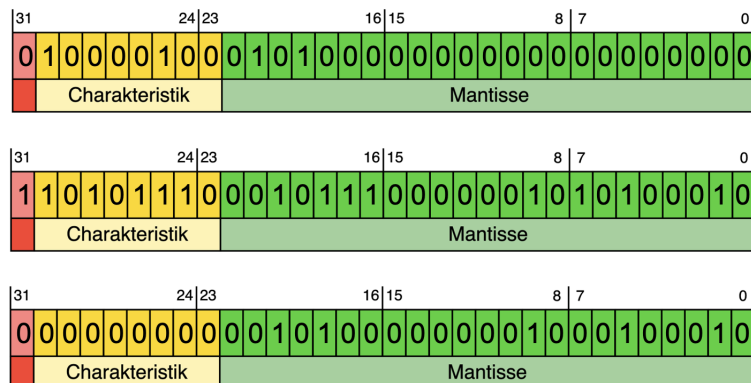
- Durchspielen einer Bundesliga-Saison, falls  $n$  Teams teilnehmen (1 Punkt)
- Das Spiel „Ich packe meinen Koffer“ fehlerfrei mit  $n$  Personen spielen (1 Punkt)
- Berechnung des arithmetischen Mittels von  $n$  Zahlen (1 Punkt)
- Schriftliche Multiplikation mit der „Schulmethode“ zweier  $n$ -stelliger Zahlen (1 Punkt)
- Sieb des Eratosthenes für die ersten  $n$  natürlichen Zahlen (1 Punkt)

**Aufgabe 2:** Zeigen Sie: Ein Algorithmus, der einen asymptotischen Aufwand von  $O(\log_2(n))$  hat, hat auch einen asymptotischen Aufwand von  $O(\log_{10}(n))$  und umgekehrt. (4 Punkte)

**Aufgabe 3:** Unter einer Gleitkommazahl verstehen wir, wie in Video 403 erläutert, eine Zahl  $x = s \cdot m \cdot b^e$ . Wie viele und welche Dezimalzahlen lassen sich in diesem Format exakt darstellen, falls  $b = 2$ , für  $e \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  und  $m = 1 + \frac{k}{10}$  mit  $k \in \{0, 1, \dots, 9\}$  gilt? (Tipp: Alle Zahlen verstehen sich hier als gewöhnliche Dezimalzahlen, d.h. nicht als Binärzahlen.) (3 Punkte)

**Aufgabe 4:** In Video 403 wurde das Gleitkommazahl-Format „Single-Typ IEEE 754“ erläutert.

- Schätzen Sie zunächst ab, welche der folgenden Gleitkommazahlen des entsprechenden Formats die kleinste, welche die größte ist. Übersetzen Sie diese sodann in eine übliche Dezimalzahl. (6 Punkte)



- Übersetzen Sie die folgenden Dezimalzahlen in das „Single-Typ IEEE 754“-Format: (i) 0,5, (ii) 0,75, (iii) 2. (3 Punkte)

Aufgabe 5: In Video 403 wurde auch das Gleitkommazahl-Format „Double-Typ IEEE 754“ erläutert.

- (a) Bestimmen Sie die größte positive Zahl, die sich theoretisch mit diesem Format darstellen lässt. (*Anmerkung: Berücksichtigen Sie hierbei, dass die technisch größte Charakteristik  $[1111111111]_2$  für den Wert unendlich reserviert ist.*) (2 Punkte)
- (b) Scratch rechnet ebenfalls in diesem Format. Überprüfen Sie Ihre Berechnung und testen Sie, wie ein Scratch-Programm reagiert, wenn diese Größe überschritten wird. (*Tipp: Sie müssen hier kein Programm einreichen. Eine Dokumentation über Screenshots ist ebenfalls ausreichend.*) (2 Punkte)